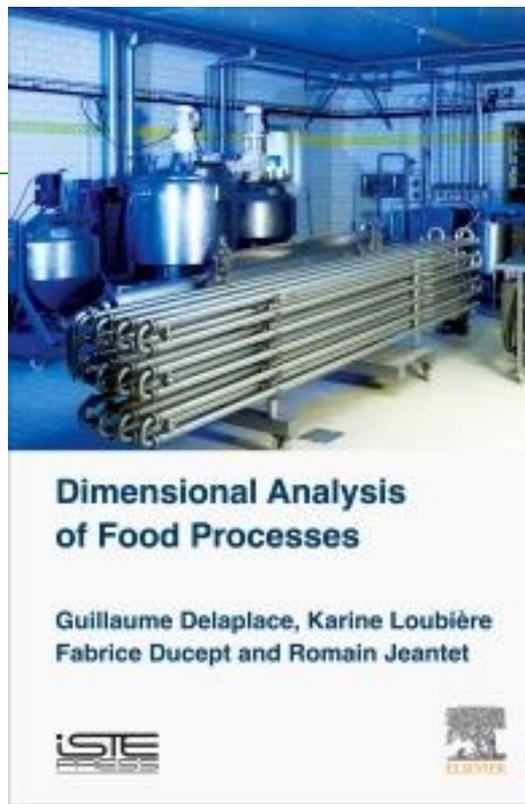


Analyse Dimensionnelle: un outil d'ingénierie performant pour modéliser les procédés industriels complexes et maîtriser le changements d'échelle

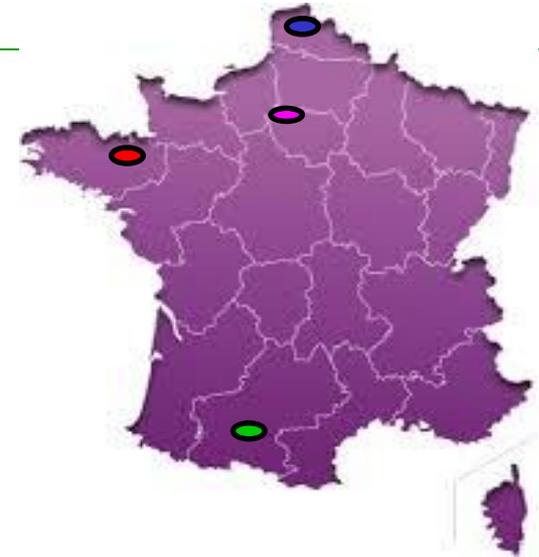
- ***Rappeler les fondements et principe de l'AD***
- ***Présenter les règles de sa mise en œuvre***
- ***Illustrer par des cas d'étude et témoignages ses potentialités et limites pour intégrer la complexité des procédés***



Mai 2014
Collection TEC&DOC
Editeur: Lavoisier
464 pages



Sept 2015
Editions ISTE
Imprint: Elsevier
356 pages



G Delaplace

K. Loubière

R. Jeantet

F. Ducept

Plan de la matinée

9h30-10h

Introduction : intérêts de l'analyse dimensionnelle comme outil de modélisation pour comprendre et raisonner l'extrapolation des procédés

10h-11h

***Fondements et Principe de l'analyse dimensionnelle
Exemples résolus de génie des procédés***

11h-11h30 Pause-café

11h30-12h30

Extension de la méthode aux procédés mettant en oeuvre un fluide dont une propriété physique n'est pas constante au sein du réacteur

Plan de l'après midi

12h30-14h Pause déjeuner

***14h-14h30 Étude expérimentale et modélisation de
fours tournants munis de releveurs***

Alex Bongo Njeng ou Marie Debacq (Cnam Paris, Rapsodee Albi)

14h30-15h

***Étude de la mise en suspension de particules microporteuses en
bioréacteurs agités orbitalement***

Eric Olmos (LRGP Université de Lorraine)

15h-15h30 Pause-café

***15h30-16h Étude d'un procédé de foisonnement de génoise dans un
bateur industriel***

José Cheio (VMI Montaigu)

***16h-17h Table ronde : Discussion et Perspectives animée par Francis
Courtois(AgroParisTech Massy)***

Analyse dimensionnelle:

***Intérêts de l'analyse
dimensionnelle comme outil de
modélisation pour comprendre et
raisonner l'extrapolation des
procédés***

Guillaume Delaplace, Karine Loubière, Fabrice Ducept, Romain Jeantet

Plan

I. | Définition: Modélisation par AD

II. | A quelles problématiques de GP répond la modélisation par AD ?

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

IV. | Pourquoi décrire la relation de causes à effet par des ratios sans dimension plutôt que des grandeurs physiques dimensionnelles ?

V. | « Configuration d'un système »

VI. | « Point de fonctionnement »

- ❖ Etablir des corrélations (*relations de procédé*) mettant en jeu des nombres sans dimensions (*nombres π*) décrivant les relations de causes à effet entre les conditions opératoires imposées (*variables d'entrées*) et les variables de sortie (*variables cibles ou variables d'intérêts*) du système étudié (*procédé en réacteur par exemple*)

I. | Définition: Modélisation par AD

- *Analyse dimensionnelle = technique pour lister et regrouper les variables afin de faire apparaître les nombres sans dimension*
- *Expérimentation = outil pour identifier la relation mathématique entre les nombres sans dimension*

Grandeurs physiques en entrée

- Propriétés physico-chimiques et
-rhéologiques initiales de la matière
- Conditions opératoires (débit, vitesse agitation..)
- Propriétés de frontières et initiale du réacteur
(géométrie Température en paroi ..)

Système
ou
boîte noire

Grandeurs physiques en sortie

- Les fonctionnalités produits
- indicateur de performances du réacteur

Exemple sur un procédé d'émulsification en cuve agitée

Grandeurs physiques d'entrée

- D Diamètre agitateur, m
- ϕ Fraction volumique de la phase dispersée, -
- ρ Masse volumique, kg/m³
- σ Tension interfaciale N/m
- N Vitesse d'agitation tours/s

Grandeurs physiques de sortie

- d_{32} Diamètre moyen des gouttes, m
(variable cible)

Nombres sans dimension = groupement de variables physiques

$$d_{32}/D$$

$$We = \frac{\rho \cdot N^2 \cdot D^3}{\sigma}$$

Relation de procédé

$$\frac{d_{32}}{D} = C_1 (1 + C_2 \phi) We^{-0.6}$$

II. | A quelles problématiques de GP répond la modélisation par AD ?

- ❖ **Maîtriser les procédés à une échelle donnée: démystifier les processus physico-chimiques et biologiques: *Influences produit/procédé***

Principalement

- *Contrôler les caractéristiques finales d'un produit ou d'une phase en maîtrisant les conditions opératoires imposées*
- *Etablir les performances optimales d'un équipement parmi l'ensemble des possibilités de réglages, notamment au regard des contraintes sociétales et économiques*

II. | A quelles problématiques de GP répond la modélisation par AD ?

❖ Raisonner un scale-up ou scale-down

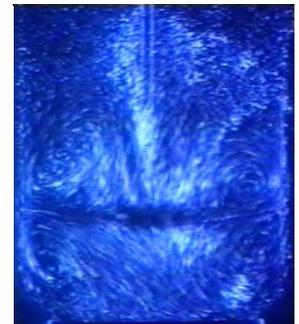
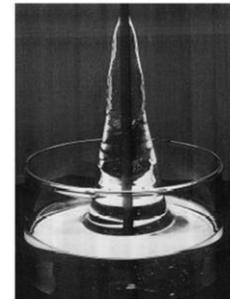
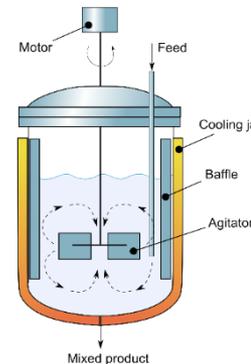
Principalement

- *Représenter de façon synthétique la connaissance pour déterminer et comparer les points de fonctionnements aux 2 échelles*

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

1. Une technique de modélisation qui reste envisageable quand la modélisation « Théorique » est défailante

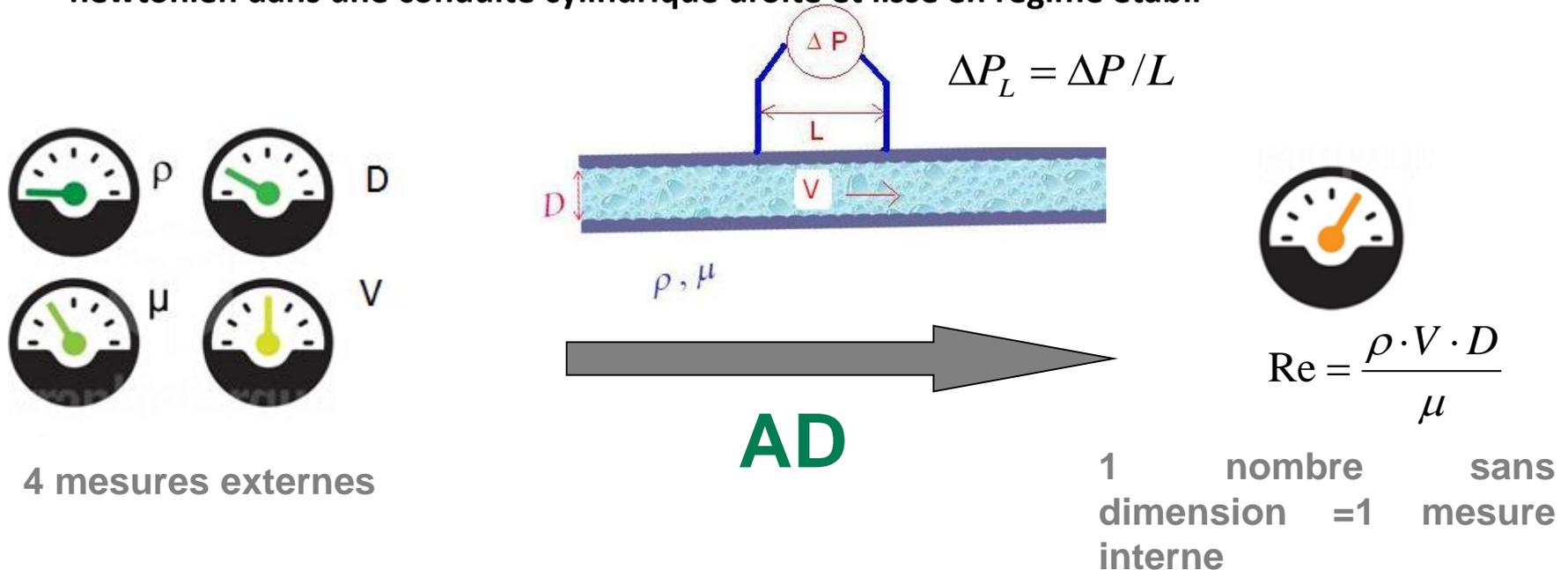
- *Impossibilité de formaliser et/ou résoudre théoriquement le jeu d'équations algébro-différentielles décrivant la physique du système*
- *les simulations numériques n'offrent pas systématiquement un cadre réaliste pour donner une solution approchée aux équations de transferts (quantité de mouvement, chaleur, matière, réaction/bilan de population..)*



III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

2. Une technique de modélisation qui donne une vision synthétique des mesures du système

□ **Exemple:** perte de charge linéique ΔP_L (Pa.m⁻¹) lors de l'écoulement d'un fluide newtonien dans une conduite cylindrique droite et lisse en régime établi



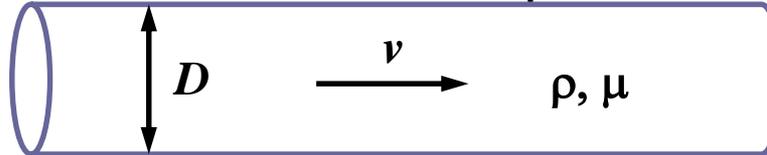
- La transformation des variables physiques en nombres sans dimension s'accompagne d'une réduction du nombre de mesures responsables de l'évolution du système

Moins de mesures = *Vue synthétique des commandes contrôlant l'évolution du système*

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

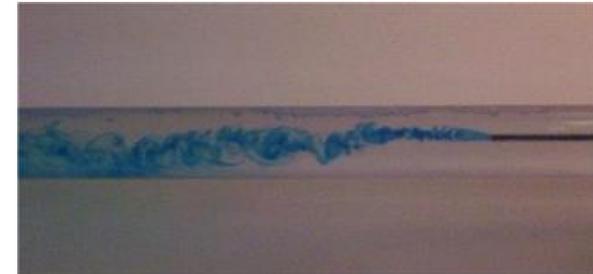
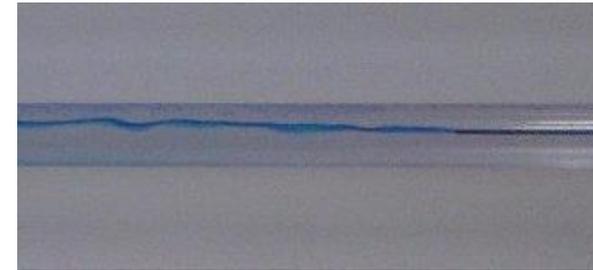
3. Une technique de modélisation qui fait apparaitre des mesures internes dotés d'un sens physique précis: classifier les phénomènes

- ❑ O. Reynolds étudie les écoulements de liquides dans des conduites cylindriques ∞



- ❑ Visualisation du régime d'écoulement par un colorant

**Transition laminaire / turbulent
pour $Re = 2000$**



$$F_i = m \cdot a = \rho \cdot v^2 \cdot D^2$$

$$F_v = D^2 \cdot \mu \cdot \frac{v}{D} = \mu \cdot v \cdot D$$

$$Re = \frac{F_i}{F_v} \Rightarrow Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$

le niveau de turbulence est d'autant plus élevé que la valeur de Re est grande, c'est-à-dire que les forces d'inertie (convection) l'emportent sur les forces liées aux frottements visqueux.

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

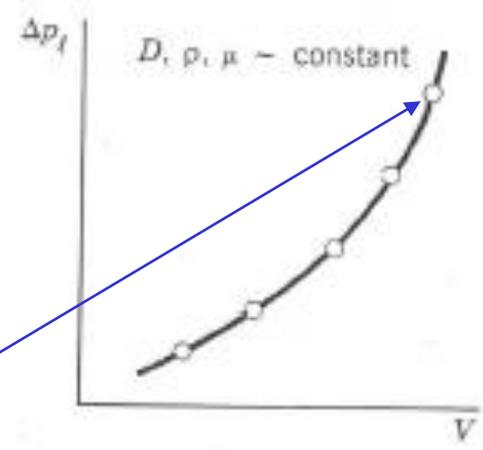
4. *Un formalisme qui permet de réduire le nombre d'expériences pour identifier rapidement la relation entre les conditions opératoires et les variables cibles*

□ **Exemple:** perte de charge linéique ΔP_L (Pa.m⁻¹) lors de l'écoulement d'un fluide newtonien dans une conduite cylindrique droite et lisse en régime établi

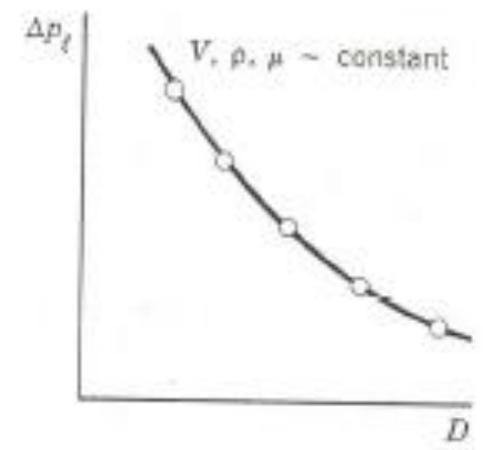
Résultat de la méthode expérimentale courante

- $\Delta P_L = f(V)$, D , ρ , μ étant constants
- $\Delta P_L = f(D)$, V , ρ , μ étant constants
- $\Delta P_L = f(\rho)$, D , V , μ étant constants
- $\Delta P_L = f(\mu)$, D , V , ρ étant constants

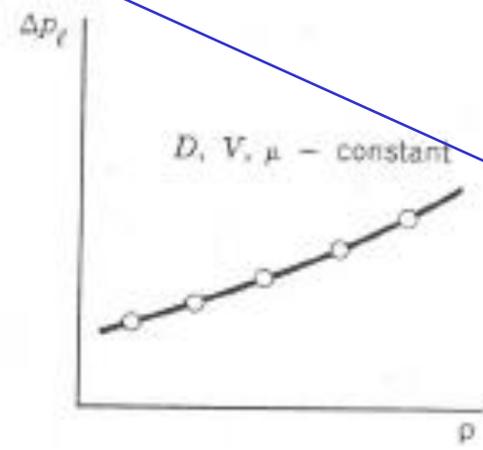
**Turbulent
???**



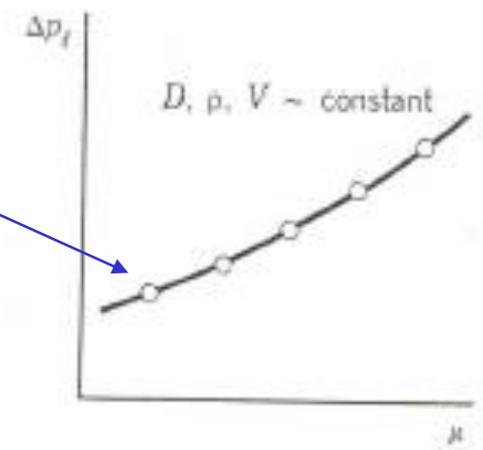
(a)



(b)



(c)



(d)

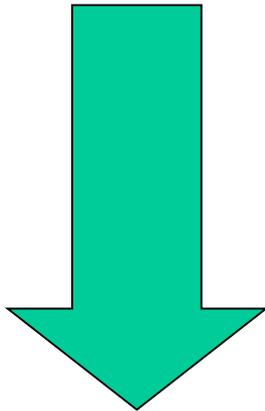
Beaucoup de points expérimentaux et pas de synthèse claire des résultats obtenus: ie comment les mécanismes (laminaire ou turbulent) changent avec la variation des grandeurs dimensionnelles?

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

Résultat de l'Analyse dimensionnelle

$(\Delta P_L, D, \rho, V, \mu)$ – *5 variables dimensionnelles - 5 mesures*

AD



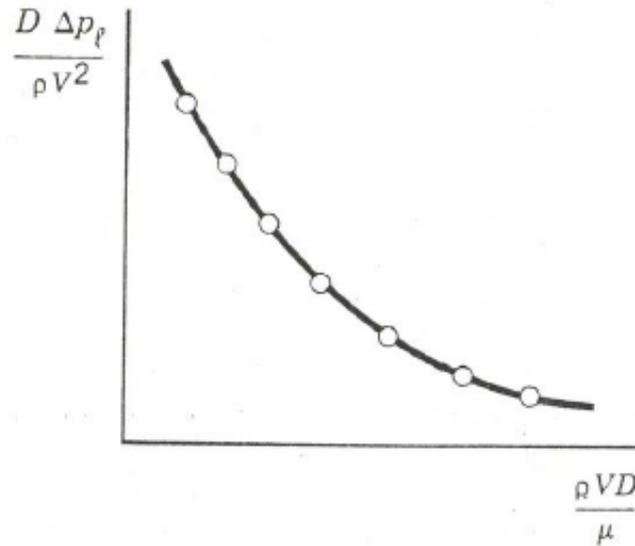
□ Théorème de Vashy Buckingham (Théorème π)

Toute grandeur physique représentant un phénomène (i.e., variable cible) fonction de m grandeurs physiques indépendantes mesurées par n_d dimensions fondamentales peut être décrite par une fonction implicite entre $m-n_d$ nombres sans dimension

$(\Delta P_L \cdot D / \rho \cdot V^2) = f/2$, $(\rho \cdot V \cdot D / \mu) = Re$ – *2 nombres sans dimension* dont 1 contenant la variable cible *-2 mesures*

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

Résultats de l'Analyse dimensionnelle



$\Delta P_1 \quad D / \rho . V^2 = f (\rho . V . D / \mu)$ – 1 relation de procédé =
une **fonction f synthétise toutes les réponses**

III. | Intérêt de la modélisation AD par rapport aux autres techniques de modélisation?

5 Une technique permettant de bâtir des modèles génériques utilisables à d'autres échelles

- ❑ Ecoulement en canalisations cylindriques droites et lisses à deux échelles différentes:
 - ❑ $Re = idem \Rightarrow$ même régime d'écoulement
 - ❑ $Re \neq \Rightarrow$ rien ne garantit que les phénomènes liés à l'écoulement (caractérisés par des nombres sans dimension cibles, tel que celui contenant la perte de charge) seront identiques aux deux échelles

Industrielle

Conduite industrielle
 $D_1 = 0,3 \text{ m}$
 Débit volumique $\dot{V}_1 = 30 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$
 $v_1 = \frac{\dot{V}_1}{\frac{\pi \cdot D_1^2}{4}} = 0,118 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
 eau à 20 °C

Facteur d'échelle



$$F_e = \frac{D_1}{D_2} = 30$$

Maquette

Conduite de laboratoire
 $D_2 = 0,01 \text{ m}$
 $\dot{V}_2 = ?$
 $v_2 = ?$

$$Re_1 = \frac{\rho \cdot v_1 \cdot D_1}{\mu} = \frac{1000 \times 0,118 \times 0,3}{10^{-3}} = 35\,400$$

turbulent

Changer de fluide si on garde la même vitesse



$$\frac{v_1 \cdot D_1 \cdot \rho_1}{\mu_1} = \frac{v_1 \cdot D_2 \cdot \rho_2}{\mu_2}$$

$$\frac{\rho_2}{\mu_2} = 10^6 \times 30 = 30 \cdot 10^6 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}$$

Même fluide \Rightarrow modifier la vitesse maquette pour $Re_1 = Re_2$



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{D_1}{D_2} = F_e$$

$$v_2 = 0,118 \times 30 = 3,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

IV. | Pourquoi modéliser des relations de causes à effet par des ratios sans dimension plutôt que des grandeurs physiques dimensionnelles ?

**Il y a une différence majeure entre une relation de cause à effet :
corrélation mettant en jeu des grandeurs physiques
dimensionnelles (1)**

$$V_{\text{cible}} = a V_1 + b V_2 + c V_3 \quad (1)$$

**ou une relation de procédé: corrélation mettant en jeu des
nombres sans dimensions (2)**

$$\pi_{\text{cible}} = a \pi_1 + b \pi_2 + c \pi_3 \quad (2)$$

IV. | Pourquoi modéliser des relations de causes à effet par des ratios sans dimension plutôt que des grandeurs physiques dimensionnelles ?

- ❖ **A chaque point représenté dans un espace dimensionnelle (satisfaisant une x-relation) est associée un unique prototype couplé à une condition de marche unique (=unique mise en oeuvre)**
- ❖ **En revanche, à chaque point représenté dans un espace (satisfaisant une relation de procédé) correspond plusieurs implémentations (= plusieurs mises en oeuvre =plusieurs prototypes et conditions de marche)**

IV. | Pourquoi modéliser des relations de causes à effet par des ratios sans dimension plutôt que des grandeurs physiques dimensionnelles ?

Il est impératif de connaître les nombres sans dimension responsables de l'évolution de son système pour pouvoir envisager ou non une similitude de phénomène à une autre échelle.

Imposer des conditions opératoires identiques dans 2 systèmes géométriquement identique (maquette et échelle 1) , c'est-à-dire une égalité sur des variables dimensionnelles, ne garantit pas d'obtenir, compte tenu du facteur d'échelle F

$F = d_{ech1} / d_{maquette}$ entre les 2 installations, une unicité des mécanismes aux deux échelles.

IV. | Pourquoi modéliser des relations de causes à effet par des ratios sans dimension plutôt que des grandeurs physiques dimensionnelles ?

Quiconque qui fait de l'expérimentation sur maquette doit donc savoir formaliser le problème en nombres sans dimension pour espérer transposer à une autre échelle les résultats obtenus.

Etre conscient de son ignorance, c'est tendre vers la connaissance. Benjamin Disraeli

V. | « Configuration d'un système »

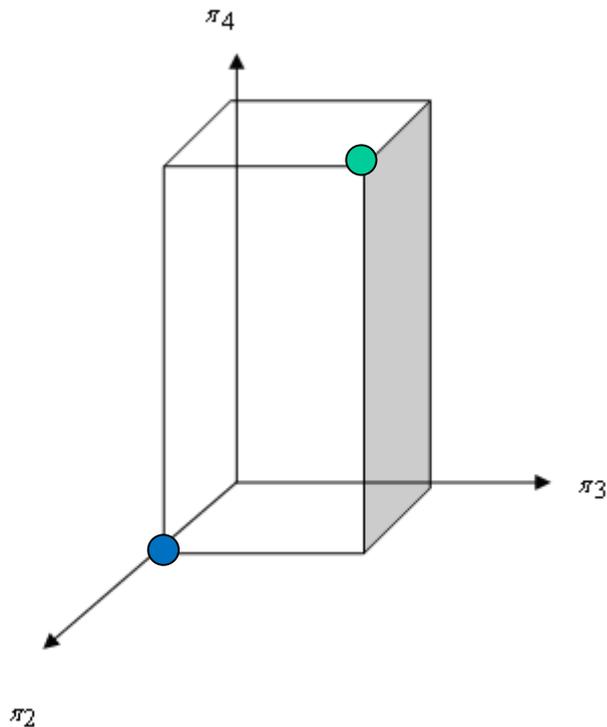
- ❖ La configuration d'un système se définit comme l'ensemble des nombres sans dimension (ratios ou termes π_i) responsable de l'évolution du système

« Configuration » = Ensemble de nombres π
traduisant les causes

VI. | « Point de fonctionnement »

- ❖ Selon la valeur numérique des paramètres dimensionnelles intervenant dans les ratios, les nombres sans dimensions contenus dans la configuration du système prennent différentes valeurs numériques.
- ❖ Un point de fonctionnement est mathématiquement un k-uplet de valeurs prises par les k termes π
- ❖ L'ensemble des k-uplet définit l'ensemble des **points de fonctionnement du système.**

Représentation d'un « Point de fonctionnement » d'une configuration à 3 termes $\pi = 3$ uplet



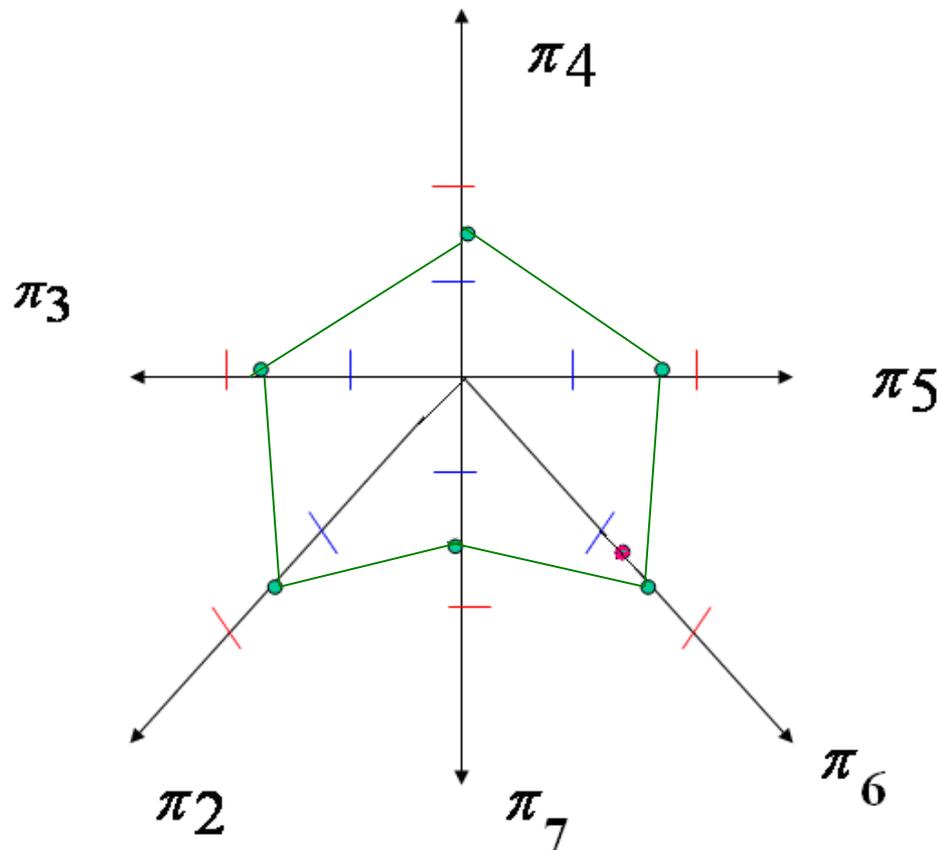
*Le cube représente
L'ensemble des points de
fonctionnement pour la
configuration étudiée (limites
imposées par les conditions
opératoires expérimentales)*

*Les symboles orange et bleu:
2 points de fonctionnement
distincts*

Représentation d'un « Point de fonctionnement » d'une configuration à plus de 3 termes π

- ❖ **Un point de fonctionnement peut avoir plus de 3 coordonnées. Mathématiquement, un point de fonctionnement est un k-uplet de valeurs prises par les termes π avec k un entier**

Représentation d'un « Point de fonctionnement » d'une configuration définie par 6 termes $\pi=6$ uplet



Les valeurs de chaque terme π sont représentées sur un axe par un rond vert. Les bornes inf et sup (limites expérimentales) par un trait bleu et rouge. Le point de fonctionnement = un dessin donné par les points à relier

Principe de similitude

Garantir l'unicité des mécanismes aux deux échelles (maquette et échelle 1) nécessite que la valeur de l'ensemble des nombres sans dimension définissant **la configuration des 2 systèmes** soit deux à deux égaux.

« Points de fonctionnement »: un outil d'aide à la décision sur la reproductibilité des mécanismes

- ❖ **Reformuler un problème physique en établissant les nombres sans dimension le gouvernant: c'est donc se placer dans un cadre théorique rigoureux qui permettra de statuer de façon raisonnée si des mécanismes risquent de se dérouler de façon identique ou non dans des réacteurs de tailles différentes en situant les points de fonctionnement des 2 installations les uns par rapport aux autres.**

Comment doit on procéder pour construire l'ensemble (l'espace) des nombres sans dimension associés à un système?